Rovnoměrně zrychlený pohyb

Nerovnoměrný pohyb – mění-li se vektor rychlosti hmotného bodu, nazývá se jeho pohyb **zrychlený**.

Pozn.: Obecně se pohyb nazývá zrychlený i v případě, že se velikost vektoru rychlosti zmenšuje.

Veličina, která charakterizuje změnu vektoru rychlosti, se nazývá **zrychlení**. Pokud se velikost rychlosti s časem zmenšuje, mluvíme o zpomalení (zpomalení ale není veličina).

Značka: **a**

Definice: zrychlení je změna rychlosti s časem = rychlost je funkcí času

Průměrné zrychlení:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Jednotka: **m.s^{-2}** vyplývá ze vztahu pro výpočet zrychlení:

$$[a] = \frac{m \cdot s^{-1}}{s} = m \cdot s^{-2}$$

Okamžité zrychlení je vektorová veličina: (PROČ?)

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}}{t}$$

Rovnoměrně zrychlený (zpomalený) pohyb:

- velikost vektoru okamžitého zrychlení se nemění
- směr vektoru zrychlení se měnit může

Rovnoměrně zrychlený (zpomalený) pohyb přímočarý (RZPP):

- **směr vektoru zrychlení $\vec{a}$ je stejný, jako směr vektoru rychlosti $\vec{v}$**.
- velikost ani směr vektoru zrychlení se nemění
- okamžité zrychlení je rovno průměrnému zrychlení

Rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu přímočarého:

Ze vztahu pro zrychlení plyne pro rychlost:

$$a = \frac{v}{t} \quad => \boldsymbol{v = a \cdot t}$$

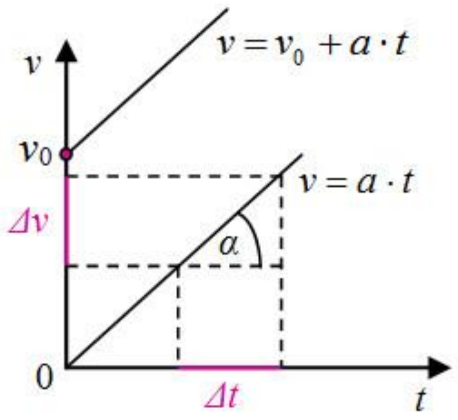
Pokud hmotný bod zrychluje z určité počáteční rychlosti v_0, pak platí:

$$\boldsymbol{v = v_0 + a \cdot t}$$

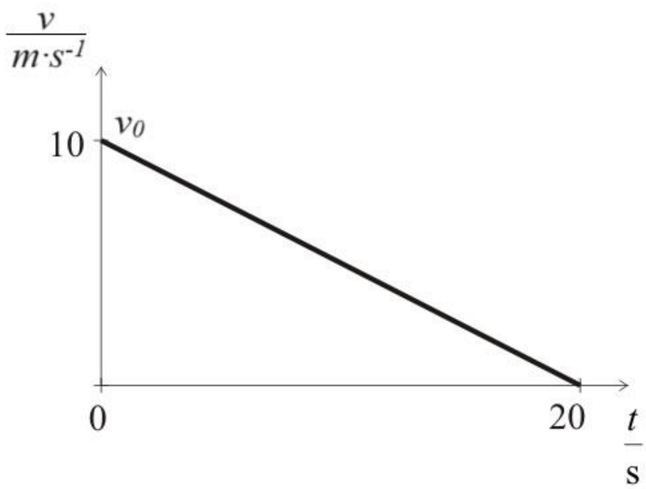
Pokud hmotný bod zpomaluje:

$$\boldsymbol{v = v_0 - a \cdot t}$$

Graf závislosti rychlosti na čase pro rovnoměrný pohyb zrychlený:



Graf závislosti rychlosti RZPP na čase, tentokrát v případě zpomaleného pohybu:



Příklad učebnice str. 42:

Vlak jede po přímé trati rychlostí v = 108 km·h^{-1}. Začne zpomalovat a zastaví za 1 minutu rovnoměrně zpomaleným pohybem. Jaká je velikost zrychlení vlaku?

Řešení: v = 108 km·h^{-1} = 30 m·s^{-1}; t = 1 min = 60 s

$$a = \frac{v}{t} = \frac{30\, m \cdot s^{-1}}{60\, s} = 0,5\, m \cdot s^{-2}$$

Dráha rovnoměrně zrychleného pohybu

Hmotný bod se pohybuje z klidu $\mathbf{v_0 = 0}$. Velikost okamžité rychlosti: v = a·t (a je zrychlení pohybu).

Průměrná rychlost?

Rychlost RZPP je lineární funkcí času (viz grafy výše) => průměrná rychlost je aritmetickým průměrem rychlosti na začátku a na konci pohybu.

$$v_p = \frac{v_0 + v}{2}$$

$$protože\ v_0 = 0: \quad v_p = \frac{0 + v}{2} = \frac{v}{2} = \frac{1}{2}v$$

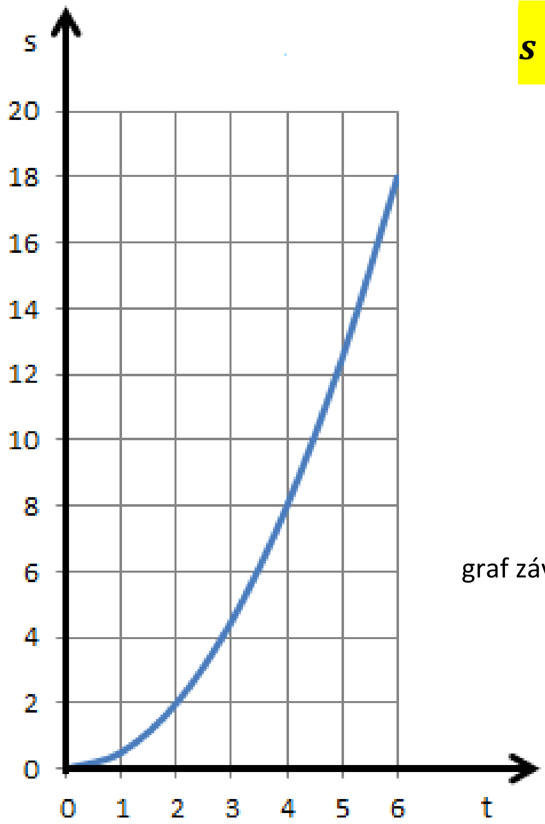
$$protože\ v = a \cdot t: \quad v_p = \frac{1}{2}a \cdot t$$

Dráha, kterou s hmotný bod touto průměrnou rychlostí urazí za dobu t:

$$s = v_p \cdot t = \frac{1}{2}a \cdot t \cdot t = \frac{1}{2}a \cdot t^2$$

Dráha rovnoměrně zrychleného pohybu s nulovou počáteční rychlostí je přímo úměrná druhé mocnině času:

$$\boldsymbol{s = \frac{1}{2}at^2}$$



graf závislosti dráhy RZP na čase

Při nenulové počáteční rychlosti $\boldsymbol{v_0 \neq 0}$

Okamžitá rychlost

$$\vec{\boldsymbol{v}} = \vec{\boldsymbol{v}}_0 + \vec{\boldsymbol{a}}\boldsymbol{t}$$

Průměrná rychlost

$$v_p = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} = \frac{2v_0 + at}{2} => \boldsymbol{v_p = v_0 + \frac{1}{2}at}$$

Dráha

$$s = v_p \cdot t = \left(v_0 + \frac{1}{2}at\right) \cdot t = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Dráha RZP se zrychlením o velikosti a s počáteční rychlostí o velikosti v_0 závisí na čase vztahem:

$$\boldsymbol{s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

Při nenulové počáteční rychlosti v_0 a počáteční dráze s_0:

$$\boldsymbol{s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

Rovnoměrně zpomalený pohyb:

$$\boldsymbol{s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2}$$

$$\boldsymbol{s = s_0 + v_0 t - \frac{1}{2}at^2}$$

Rovnoměrně zrychlený pohyb – procvičení

Příklady ze sbírky Lepil, O. a kol., Fyzika – sbírka úloh pro střední školy, Prometheus, PHA, 1995, str. 19–23

37. Kulička na nakloněné rovině se pohybuje z klidu a za dobu 5 s dosáhne rychlosti 1 m·s^{-1}. Za předpokladu, že pohyb kuličky je rovnoměrně zrychlený, určete velikost jejího zrychlení a dráhu, kterou za uvedenou dobu urazí.

Řešení: $\Delta t = 5\ s; v_0 = 0\ m \cdot s^{-1}; v = 1\ m \cdot s^{-1}; a = ?$

RZPP:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t}\ ;\quad a = \frac{1\ m \cdot s^{-1}}{5\ s} = 0,2\ m \cdot s^{-2}$$

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Zvolíme počáteční bod trajektorie zkoumaného pohybu tak, aby $s_0 = 0$.
$v_0 = 0$ (říká se přímo v zadání)
=> první dva členy rovnice pro výpočet dráhy jsou nulové a zbývá jen:

$$s = \frac{1}{2} a t^2$$

$$s = \frac{1}{2}\ 0,2 \cdot 5^2 = 0,1 \cdot 25 = 2,5\ m$$

38. Závodní automobil se rozjíždí z klidu rovnoměrně zrychleně a za dobu 5 s ujede dráhu 50 m. S jak velkým zrychlením se pohybuje?

Řešení: $t = 5\ s; s = 50\ m; a = ?$
Dráha RZPP:

$$s = \frac{1}{2} a t^2 => a = \frac{2s}{t^2}\ ;\quad a = \frac{2 \cdot 50\ m}{(5\ s)^2} = \frac{100\ m}{25\ s^2} = 4\ m \cdot s^{-2}$$

40b. Motocykl jede na prvním měřeném úseku rovnoměrnou rychlostí 6 m·s^{-1} po dobu 5 s. Poté na druhém úseku během 10 s rychlost zvýší rovnoměrně zrychleným pohybem na 18 m·s^{-1}.
a) Určete velikost zrychlení motocyklu během zrychleného pohybu.
b) Vypočtěte dráhu, kterou ujede na jednotlivých úsecích a celkovou dráhu, kterou motocykl ujede.
c) Nakreslete graf závislosti velikosti rychlosti na čase.

Řešení: $v_1 = 6\ m \cdot s^{-1}; v_2 = 18\ m \cdot s^{-1}; t_1 = 5\ s; t_2 = 10\ s$

a) $a = ?$

RZPP: Okamžité zrychlení je stejné jako průměrné zrychlení.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

V této úloze motocykl zrychluje z v_1 na v_2 za dobu t_2:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2}\ ;\quad a = \frac{(18 - 6)\ m \cdot s^{-1}}{10\ s} = \frac{12\ m \cdot s^{-1}}{10\ s} = 1,2\ m \cdot s^{-1}$$

b) $s_1 = ? ; s_2 = ?$

Na prvním úseku je pohyb rovnoměrný:

$s_1 = v_1 t_1 ; \quad s_1 = 6\, m \cdot s^{-1} \cdot 5\, s = 30\, m$

Na druhém úseku je pohyb rovnoměrně zrychlený (přímočarý), ale pozor!!!, počáteční rychlost není nulová. Počáteční rychlost je v zadání: $v_1 = 6\, m \cdot s^{-1}$

$s_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2 ; \quad s_2 = 6\, m \cdot s^{-1} \cdot 10\, s + \frac{1}{2} \cdot 1{,}2\, m \cdot s^{-2} \cdot (10\, s)^2 = 60\, m + 60\, m = 120\, m$

Celková dráha:

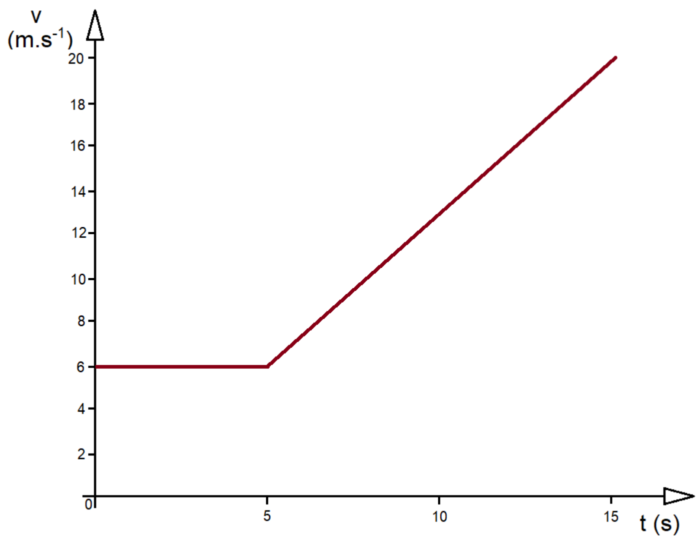
$s = s_1 + s_2 ; \quad s = 30\, m + 120\, m = 150\, m$

Nebo podle kompletní rovnice pro dráhu RZPP:

$$s = v_1 t_1 + v_1 t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$

$$s = 6\, m \cdot s^{-1} \cdot 5\, s + 6\, m \cdot s^{-1} \cdot 10\, s + \frac{1}{2} \cdot 1{,}2\, m \cdot s^{-2} \cdot 100\, s^2 = (30 + 60 + \ 60)\, m = 150\, m$$

c)



JVe 5.11.2023