Pohyby těles v tíhovém poli

Pohyby těles v homogenním poli nazýváme **vrhy**.

Svislý vrh

Nejjednodušší případ vrhu: svislý vrh (předmět pustíme, hodíme svisle vzhůru nebo svisle dolů).

Opakování: **volný pád** (= svislý vrh s nulovou počáteční rychlostí)

$$\mathbf{h = h_0 - \tfrac{1}{2}gt^2}$$

Příklad 1: Z výšky 112 metrů padá ocelová kulička o hmotnosti 18 gramů. Velikost tíhového zrychlení $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$. Odpor prostředí zanedbáváme.

a) V jaké výšce nad zemí se bude kulička nacházet dvě, tři, čtyři a pět sekund po začátku pádu?
b) Jak dlouho bude trvat pád kuličky na zem?

a) $h_0 = 112$ m

$t_1 = 2$ s
$h_1 = h_0 - \frac{1}{2}gt_1^2$
$h_1 = 112 - \frac{1}{2}.9{,}81.2^2 = 92{,}38$ m

$t_2 = 3$ s
$h_2 = h_0 - \frac{1}{2}gt_2^2$
$h_2 = 112 - \frac{1}{2}.9{,}81.3^2 = 67{,}86$ m

$t_3 = 4$ s
$h_3 = h_0 - \frac{1}{2}gt_3^2$
$h_3 = 112 - \frac{1}{2}.9{,}81.4^2 = 33{,}52$ m

$t_4 = 5$ s
$h_4 = h_0 - \frac{1}{2}gt_4^2$
$h_4 = 112 - \frac{1}{2}.9{,}81.5^2 = -10{,}63$ m !!

b) $h = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$
v okamžiku dopadu: $h = 0$
$0 = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$
$\frac{1}{2}gt^2 = h_0$
$t = \sqrt{(2h_0/g)}$
$t = \sqrt{(2.112/9{,}81)} = 4{,}78$ s

Svislý vrh vzhůru (s nenulovou počáteční rychlostí):

$$\mathbf{v = v_0 - gt}$$
$$\mathbf{y = v_0t - \tfrac{1}{2}gt^2}$$

Příklad 2: Do jaké výšky vystoupá kámen vržený kolmo vzhůru rychlostí 8 $m.s^{-1}$? Jakou rychlostí těleso dopadne zpět na zem?

$v_0 = 18\ m.s^{-1}$
$g = 9{,}81\ m.s^{-1}$

Nejprve spočítáme dobu, po kterou bude kámen stoupat. V okamžiku, kdy kámen dosáhne maximální výšky, je rychlost kamene nulová:

$v = v_0 - gt$
$0 = v_0 - gt \Rightarrow\ gt = v_0$
$t = v_0/g$
$t = 18/9{,}81$
$t = 1{,}83\ s$

Doba stoupání:

$$\mathbf{t = v_0/g}$$

$h = v_0t - ½gt^2$
$h = v_0^2/g - ½gv_0^2/g^2 = v_0^2/g - ½v_0^2/g = v_0^2/2g$
$h = 18^2/(2.9{,}81) = 16{,}5\ m$

Výška vrhu:

$$\mathbf{h = v_0^2/2g}$$

Jak dlouho bude těleso padat zpět na zem?

Jde o volný pád z výšky vrhu:

$h = ½gt_d^2$
$\Rightarrow t_d = \sqrt{(2h/g)} = \sqrt{(2v_0^2/2g^2)} = v_0/g$

Protože v_0/g je doba stoupání, platí, že doba pádu je stejná, jako doba stoupání tělesa.

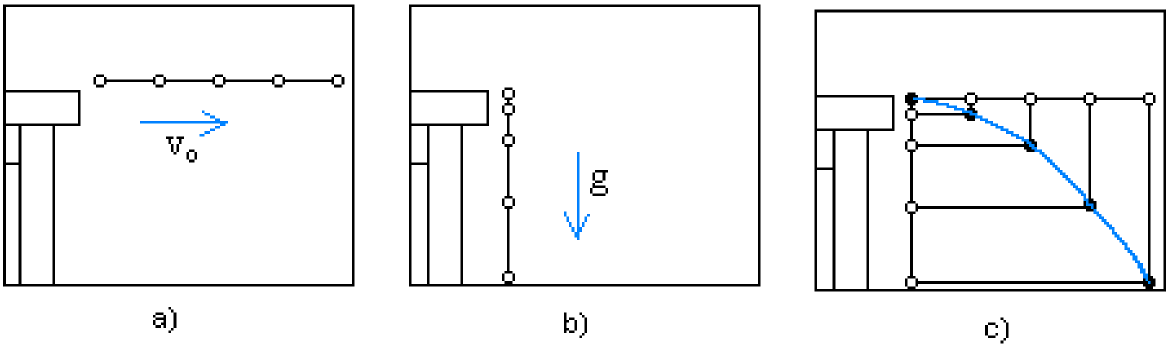
Rychlost dopadu: $v_d = gt_d = gt = v_0$

Rychlost dopadu je stejná, jako počáteční rychlost.

Vodorovný vrh

Skládá se ze dvou pohybů
- rovnoměrný přímočarý pohyb ve vodorovném směru
- volný pád

Trajektorií je část paraboly s vrcholem v místě vrhu:



Souřadnice bodu B, v němž se vodorovně vržené těleso nachází v okamžiku t jsou:

$$\mathbf{x = v_0 t}$$
$$\mathbf{y = h_0 - \tfrac{1}{2}gt^2}$$

Příklad 3: V jaké vzdálenosti od paty věže vysoké 42 m dopadne těleso vržené z jejího vrcholu vodorovně rychlostí 16 $m.s^{-1}$?

Doba letu tělesa bude rovna době volného pádu:

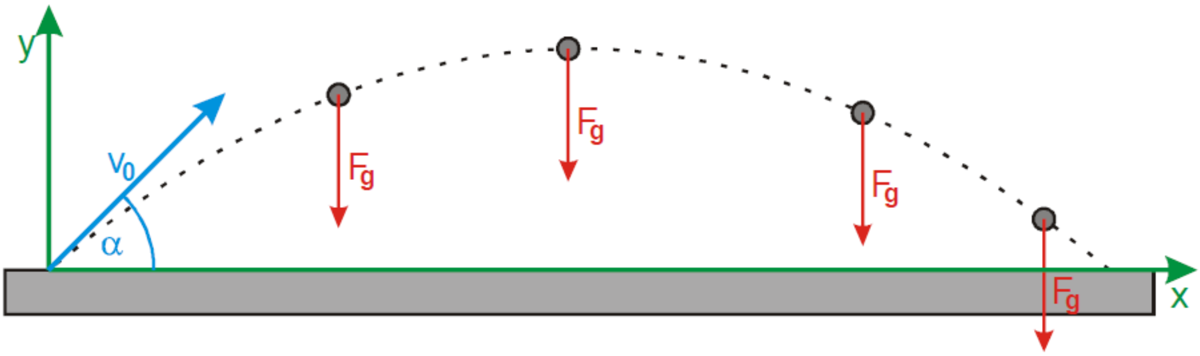
V okamžiku dopadu bude $y = 0 \Rightarrow 0 = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{(2h_0/g)}$

Dráha, již těleso urazí rovnoměrným přímočarým pohybem ve vodorovném směru za tuto dobu t:
$s = v_0 t = v_0\sqrt{(2h_0/g)}$.
$s = 16.\sqrt{(2.42/9{,}81)} = 46{,}8$ m

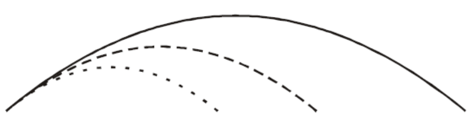
=> **délka vrhu**: $$\mathbf{d = v_0\sqrt{(2h_0/g)}}$$

Šikmý vrh

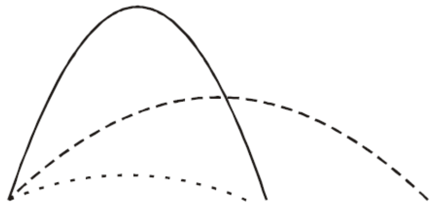
- Složený z pohybu ve dvou navzájem kolmých směrech.
- Vodorovný směr – nepůsobí síla = rovnoměrný přímočarý pohyb.
- Svislý směr – působí tíhová síla = pohyb rovnoměrně zrychlený (svislý vrh).
- Trajektorie má tvar **paraboly**.



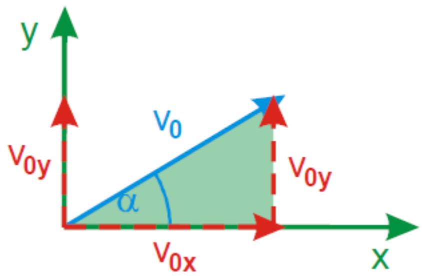
Různé počáteční rychlosti:



Různé elevační úhly:



Polohu hmotného bodu v určitém okamžiku při šikmém vrhu vyjádříme v rovině vrhu x,y:



Vektor počáteční rychlosti v_0 rozložíme do složek rovnoběžných s osami x a y. Velikost těchto složek určíme pomocí goniometrických funkcí:

$\cos\alpha = v_{0x}/v_0$ => $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$

$\sin\alpha = v_{0y}/v_0$ => $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

Vodorovná složka pohybu při šikmém vrhu je popsána rovnicemi:

vodorovný směr

$v_x = v_{0x}$ (je konstantní) $x = v_{0x}t$

svislý směr

$v_y = v_{0y} - gt$ $y = v_{0y}t - ½gt^2$

Příklad: Lukostřelec vystřelil ze země šíp rychlostí 40 m.s-1 pod úhlem 30°.

a) Určete polohu a složky rychlosti šípu po uplynutí 1 sekundy.
b) Určete polohu a složky rychlosti šípu po uplynutí 2 sekund.
c) Vypočtěte, jak daleko od místa výstřelu dopadne šíp na zem.

(www.realisticky.cz – šikmý vrh)

Délka šikmého vrhu počáteční rychlostí v_0 pod úhlem α:

O době letu tělesa rozhoduje svislá složka vrhu. Pro svislý vrh vzhůru jsme odvodili:

Doba stoupání $t = v_{0y}/g$

doba klesání je stejná, jako doba stoupání

=>

doba letu $\mathbf{t_d = 2v_{0y}/g = 2v_0\sin\alpha/g}$

ze vztahu pro x-ovou souřadnici po dosazení t_d vypočítáme dolet:

$d = v_{0x}t_d = 2v_{0x}v_{0y}/g = (2\, v_0\cos\alpha\; v_0\sin\alpha)/g$

Protože platí $2 \sin\alpha \cos\alpha = \sin 2\alpha$, můžeme psát:

$$\mathbf{d = v_0^2 \sin 2\alpha / g}$$

Výška šikmého vrhu:

$$h = v_{0y}^2/2g = v_0^2 \sin^2\alpha/2g$$

Příklad: Při jakém úhlu je délka šikmého vrhu největší?

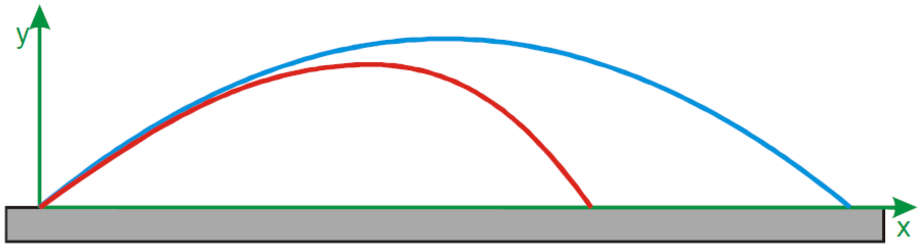
Délka vrhu $d = v_0^2 \sin 2\alpha / g$

Tento výraz bude mít maximální hodnotu pro sin 90° => $2\alpha = 90°$

$\alpha = 45°$

Příklad: Určete rychlost, kterou musí pod ideálním úhlem hodit oštěpař svůj oštěp, aby hodil světový rekord 98,48 m (současná hodnota světového rekordu dosažená Janem Železným v roce 1996).

Skutečnost: nemůžeme zanedbat odpor vzduchu – **balistická křivka**.



Tento dokument čerpá ze stránek www.realisticky.cz, JVe 3. 4. 19