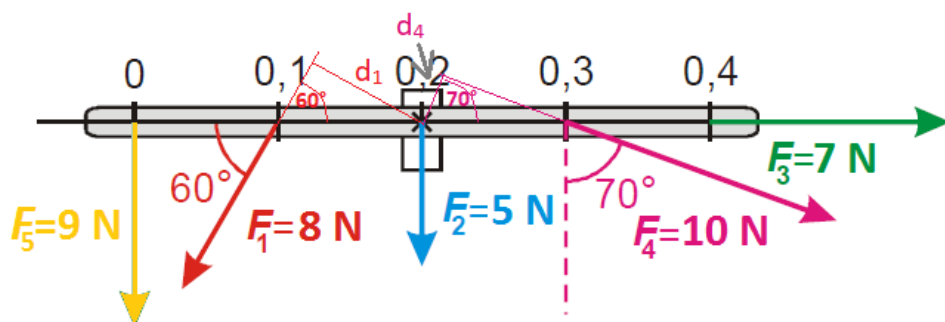


Moment síly – výpočty – řešení úloh

Př. 1: Určete momenty sil F_1 až F_5 na obrázku. Osa je číslována v metrech.



Řešení: Osa otáčení je uprostřed (označena křížkem). Základní modul (jednotková délka) vyznačená na obrázku je $r = 0,1$ m.

Momenty sil: $M_1 = F_1 d_1 = F_1 r \sin 60^\circ = 8 \cdot 0,1 \cdot \sin 60^\circ = \underline{0,69 \text{ N.m}}$

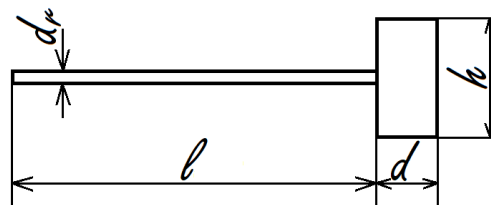
$M_2 = F_2 d_2 = 5 \cdot 0 = \underline{0 \text{ N.m}}$

$M_3 = F_3 d_3 = 7 \cdot 0 = \underline{0 \text{ N.m}}$

$M_4 = F_4 d_4 = F_4 r \cos 70^\circ (= F_4 r \sin 20^\circ) = 10 \cdot 0,1 \cdot \cos 70^\circ = \underline{0,34 \text{ N.m}}$

$M_5 = F_5 d_5 = 9 \cdot 0,2 = \underline{1,8 \text{ N.m}}$

Př. 2: Určete polohu těžiště dřevěné palice, jejíž rukojeť má tvar válce o délce 0,5 m a průměru 3 cm a samotná palice má tvar válce o průměru 10 cm a výšce 20 cm, jehož střed leží na ose rukojeti. Palici považujeme za stejnorodou.



Řešení: Zvolíme soustavu souřadnic tak, aby osa x procházela osou rukojeti palice. Počátek soustavy a zvolená osa otáčení je na levém konci rukojeti. Těžiště bude ležet na této ose (jde o stejnorodé těleso, které má osu symetrie), spočítáme vzdálenost X těžiště (T) od konce rukojeti. Těžiště samotné rukojeti je v jejím středu (ve vzdálenosti $l/2$ od zvolené osy otáčení). Těžiště palice bez rukojeti bude opět v jejím geometrickém středu, tedy ve vzdálenosti $l + d/2$ od zvolené osy otáčení. Podmínka rovnováhy:

$$m_1 \frac{l}{2} + m_2 \left(l + \frac{d}{2} \right) = (m_1 + m_2) X$$

K určení těžiště dále potřebujeme znát hmotnosti obou částí palice. Ty vypočítáme:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho \frac{\pi d_r^2}{4} l \quad m_2 = \rho V_2 = \rho \frac{\pi d^2}{4} h$$

A nyní dosadíme hmotnosti do podmínky rovnováhy:

$$\rho \frac{\pi d_r^2}{4} \cdot \frac{l^2}{2} + \rho \frac{\pi d^2}{4} h \left(l + \frac{d}{2} \right) = \left(\rho \frac{\pi d_r^2}{4} l + \rho \frac{\pi d^2}{4} h \right) x$$

$$\frac{1}{2} d_r^2 l^2 + \frac{2}{2} d^2 h l + \frac{1}{2} d^3 h = \frac{2}{2} (d_r^2 l + d^2 h) x$$

Všimněte si, že hustota se ze všech členů rovnice vykrátí, takže ji vůbec nepotřebujeme znát.

Z rovnice vyjádříme X:

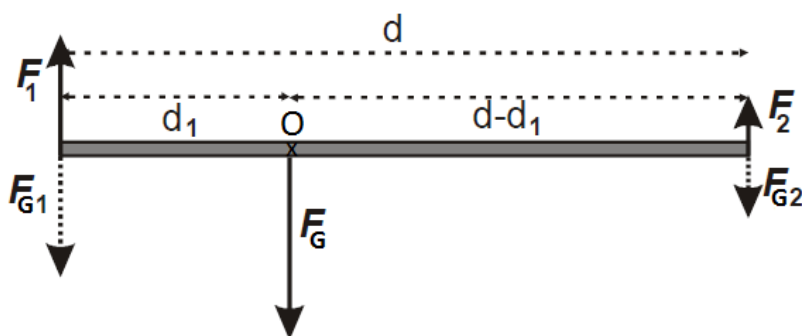
$$x = \frac{d_r^2 l^2 + 2 d^2 h l + d^3 h}{2 (d_r^2 l + d^2 h)}$$

Dokončete řešení dosazením číselných hodnot.

Po dosazení: $x = 242500 / 4900 = \underline{49,5 \text{ cm}}$ (od (levého) konce rukojeti)

Př. 3: Dva lidé nesou břemeno o hmotnosti 120 kg zavěšené na vodorovné tyči o délce $d = 200 \text{ cm}$. Tyč mají opřenou o ramena. Závěsný bod **O** břemena je umístěn ve vzdálenosti $d_1 = 80 \text{ cm}$ napravo od ramene prvního člověka. Jaké síly působí na ramena obou nosičů, je-li hmotnost tyče vůči hmotnosti břemena zanedbatelná?

$m = 120 \text{ kg}$; $d = 2 \text{ m}$; $d_1 = 0,8 \text{ m}$; $F_{G1} = ?$; $F_{G2} = ?$



Nápověda: plnými čarami jsou zakresleny síly, které jsou v rovnováze. Součet velikostí sil F_1 a F_2 , kterými působí na tyč ramena nosičů, je roven velikosti síly F_G . Použijte podmínku rovnováhy na páce. Řešte nejprve obecně, číselné hodnoty dosazujte až nakonec.

Řešení:

$$F_1 d_1 = F_2 (d - d_1)$$

$$F_1 + F_2 = mg = F_G \Rightarrow F_1 = mg - F_2$$

$$(mg - F_2) d_1 = F_2 d - F_2 d_1$$

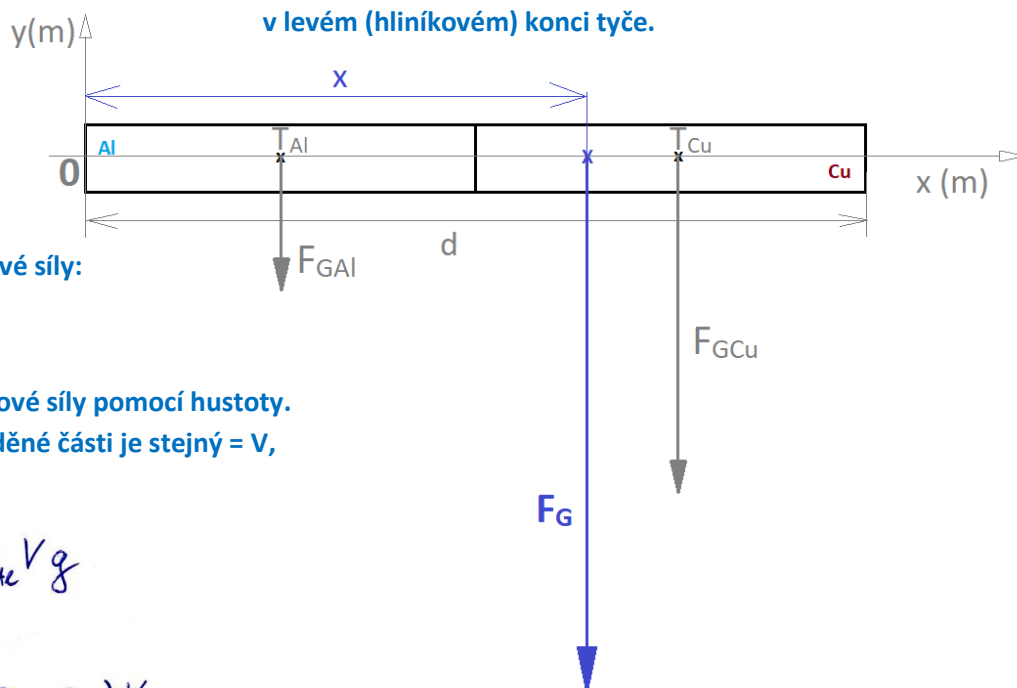
$$mg d_1 - \cancel{F_2 d_1} = F_2 d - \cancel{F_2 d_1}$$

$$F_2 = mg \frac{d_1}{d} \quad ; \quad F_2 = 120 \cdot 10 \cdot \frac{0,8}{2} = \underline{480 \text{ N}}$$

$$F_1 = 1200 - 480 = \underline{720 \text{ N}}$$

Př. 4: Určete polohu těžiště tyče dlouhé 0,4 m, jejíž levá polovina je z hliníku a pravá polovina z mědi. (Hustotu kovů najdete v MFChT.)

Řešení: $\rho_{\text{Al}} = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho_{\text{Cu}} = 8960 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$; S tyčí spojíme vztahnou soustavu s počátkem v levém (hliníkovém) konci tyče.



Velikost výsledné tíhové síly:

$$F_G = F_{G\text{Al}} + F_{G\text{Cu}}$$

Vyjádříme nejprve tíhové síly pomocí hustoty.

Objem hliníkové i měděné části je stejný = V,

objem celé tyče = 2 V.

$$F_{G\text{Al}} = m_{\text{Al}} g = \rho_{\text{Al}} V g$$

$$F_{G\text{Cu}} = \rho_{\text{Cu}} V g$$

$$F_G = F_{G\text{Al}} + F_{G\text{Cu}} = (\rho_{\text{Al}} + \rho_{\text{Cu}}) V g$$

Podmínka rovnováhy:

$$\rho_{\text{Al}} V g \frac{d}{4} + \rho_{\text{Cu}} V g \frac{3d}{4} = (\rho_{\text{Al}} + \rho_{\text{Cu}}) V g x$$

$$x = \frac{\rho_{\text{Al}} d + \rho_{\text{Cu}} 3d}{4 (\rho_{\text{Al}} + \rho_{\text{Cu}})} \quad ; \quad x = \frac{2700 \cdot 0,4 + 8960 \cdot 3 \cdot 0,4}{4 \cdot (2700 + 8960)} = \underline{0,254 \text{ m}}$$

Těžiště leží ve vzdálenosti 0,254 m od levého (hliníkového) konce tyče.