

Atomy a záření – příklady k procvičení – řešení

Tabulka 1 – hmotnosti elementárních částic

částice	el. náboj	m / u	m / m _e
proton	+e	1,007277	1 836
neutron	---	1,008665	1 839
elektron	-e	0,0005486	1

Tabulka 2 – protonová čísla vybraných chemických prvků (nukleonová čísla jsou vždy uvedena v zadání příkladů)

${}_1\text{H}$	${}_2\text{He}$	${}_4\text{Be}$	${}_6\text{C}$	${}_{15}\text{P}$	${}_{16}\text{S}$	${}_{19}\text{K}$	${}_{27}\text{Co}$	${}_{55}\text{Cs}$
${}_{82}\text{Pb}$	${}_{84}\text{Po}$	${}_{87}\text{Fr}$	${}_{88}\text{Ra}$	${}_{89}\text{Ac}$	${}_{90}\text{Th}$	${}_{91}\text{Pa}$	${}_{92}\text{U}$	${}_{94}\text{Pu}$

Rychlost světla ve vakuu: $c = 300\,000\text{ km/s} = 3 \cdot 10^8\text{ m/s}$

Vazebná energie, hmotnostní úbytek

Příklad 1: Jakou hmotnost (v atomových hmotnostních jednotkách u) má atom vodíku?

$$m_p = 1,007277\text{ } u$$

$$m_e = 0,0005486\text{ } u$$

$$m_H = m_p + m_e = 1,007277 + 0,0005486 = \underline{1,007826\text{ } u}$$

Příklad 2: Spočítejte hmotnostní úbytek v atomových hmotnostních jednotkách, který vznikne vytvořením kompletního atomu helia ${}^4\text{He}$, které má hmotnost $m_{\text{He}} = 4,002603\text{ } u$.

Atom helia se skládá ze dvou protonů, dvou neutronů, obal obsahuje dva elektrony.

$$m_p = 1,007277\text{ } u$$

$$m_n = 1,008665\text{ } u$$

$$m_e = 0,0005486\text{ } u$$

Původní hmotnost všech částic, které tvoří atom helia ${}^4\text{He}$:

$$m' = 2 \cdot m_p + 2 \cdot m_n + 2 \cdot m_e = 2,014554 + 2,01733 + 0,001097 = \underline{4,032981\text{ } u}$$

$$\text{Skutečnost: } m_{\text{He}} = \underline{4,002603\text{ } u}$$

$$\text{Hmotnostní úbytek: } \Delta m = m' - m_{\text{He}} = \underline{0,030378\text{ } u}$$

Příklad 3: Jaká energie se uvolní při vytvoření jednoho gramu izotopu helia ^4He ? K výpočtu využijte hmotnostní úbytek spočítaný v příkladu 2.

Hmotnostní úbytek 0,030378 u => při vytvoření 4,002603 g helia je rozdíl v hmotnosti

$\Delta m = 0,030378 \text{ g} = 0,000030378 \text{ kg}$.

$$E = m \cdot c^2$$

$$E = 0,000030378 \cdot 9 \cdot 10^{16} = \underline{2,7 \cdot 10^{12} \text{ J}}$$

Při vytvoření 1 g helia:

$$E_{1\text{gHe}} = 2,7 \cdot 10^{12} / 4,002603 = 6,75 \cdot 10^{11} \text{ J} = \underline{675 \text{ 000 MJ}}$$

Příklad 4: Atom uranu ^{238}U má hmotnost 238,0508 u. Vypočítejte hmotnostní úbytek v atomových hmotnostních jednotkách.

Atom uranu 238 se skládá z 92 protonů, 146 neutronů a 92 elektronů.

$$m_p = 1,007277 \text{ u}$$

$$m_n = 1,008665 \text{ u}$$

$$m_e = 0,0005486 \text{ u}$$

$$m' = 92 \cdot m_p + 146 \cdot m_n + 92 \cdot m_e$$

$$m' = 92 \cdot 1,007277 + 146 \cdot 1,008665 + 92 \cdot 0,0005486 = 92,669484 + 147,26509 + 0,0504712$$

$$m' = \underline{239,9850452 \text{ u}}$$

$$\Delta m = m' - m_{^{238}\text{U}}$$

$$\Delta m = 239,9850452 - 238,0508 = \underline{1,9342 \text{ u}}$$

Příklad 5: Vypočítejte energii potřebnou na rozdělení jednoho gramu izotopu ^{238}U na jednotlivé elementární částice (protony, neutrony, elektrony). Atom uranu ^{238}U má hmotnost 238,0508 u. K výpočtu využijte hmotnostní úbytek spočítaný v příkladu 4.

$$\Delta m = 1,9342 \text{ u}$$

Při rozložení 238,0508 g ^{238}U na jednotlivé elementární částice je třeba dodat energii, která odpovídá hmotnostnímu úbytku 1,9342 g:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

$$E = 1,9342 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,9342 \cdot 9 \cdot 10^{13} = \underline{17,4078 \cdot 10^{13} \text{ J}}$$

(energie potřebná na rozložení 238,0508 g ^{238}U)

Při rozložení 1 g ^{238}U :

$$E_{1\text{gU}} = 17,4078 \cdot 10^{13} / 238,0508 = \underline{7,31 \cdot 10^{11} \text{ J}}$$

Příklad 6: Jaká energie se uvolní při vytvoření jednoho gramu ^{238}U ?

Stejná, jaká je potřeba k úplnému rozdělení 1 g ^{238}U na elementární částice:

$$E_{1\text{gU}} = 17,4078 \cdot 10^{13} / 238,0508 = \underline{7,31 \cdot 10^{11} \text{ J}}$$

Příklad 7: Porovnejte hmotnostní úbytky, které vzniknou při vytvoření jednoho atomu izotopu uhlíku ^{12}C a jednoho atomu izotopu ^{13}C . Atomové hmotnosti: $m_{^{12}\text{C}} = 12,0 \text{ u}$, $m_{^{13}\text{C}} = 13,003355 \text{ u}$.

^{12}C : 6 protonů + 6 neutronů + 6 elektronů

$$m' = 6 \cdot m_p + 6 \cdot m_n + 6 \cdot m_e$$

$$m' = 6 \cdot 1,007277 + 6 \cdot 1,008665 + 6 \cdot 0,0005486 = 12,098944 \text{ u}$$

$$\Delta m = m' - m_{^{12}\text{C}} = 12,098944 - 12,0 = \underline{0,098944 \text{ u}}$$

^{13}C : 6 protonů + 7 neutronů + 6 elektronů

$$m' = 6 \cdot m_p + 7 \cdot m_n + 6 \cdot m_e$$

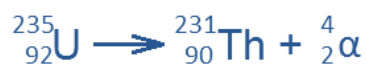
$$m' = 6 \cdot 1,007277 + 7 \cdot 1,008665 + 6 \cdot 0,0005486 = 13,107609 \text{ u}$$

$$\Delta m = m' - m_{^{13}\text{C}} = 13,107609 - 13,003355 = \underline{0,104254 \text{ u}}$$

Jaderné přeměny

Příklad 8: Zapište rovnici přeměny alfa následujících izotopů

a) ^{235}U



b) ^{226}Pa



c) ^{211}Po



Příklad 9: Zapište rovnici přeměny beta (minus) následujících izotopů

a) ^3H



b) ^{32}P



c) ^{228}Ra



Poločas přeměny

Příklad 10: Poločas rozpadu izotopu uranu ^{235}U je 710 milionů roků. Ve vzorku smolince (uranová ruda) bylo na začátku 16 kvadrilionů ($16 \cdot 10^{24}$) atomů izotopu ^{235}U . Za kolik roků klesne počet atomů izotopu ^{235}U na jeden kvadrilion?

Počátek: $N_0 = 16 \cdot 10^{24}$

1. poločas rozpadu: $N_1 = 8 \cdot 10^{24}$

2. poločas rozpadu: $N_2 = 4 \cdot 10^{24}$

3. poločas rozpadu: $N_3 = 2 \cdot 10^{24}$

4. poločas rozpadu: $N_4 = 1 \cdot 10^{24}$

4 x poločas rozpadu = $4 \cdot 710 \cdot 10^6 = 2840 \cdot 10^6 = \underline{2,84 \cdot 10^9 \text{ roků}}$

Počet atomů izotopu uranu ^{235}U ve vzorku klesne z $16 \cdot 10^{24}$ na $1 \cdot 10^{24}$ za 2,84 miliardy roků.

Příklad 11: Vypočítejte poločas rozpadu (ve dnech) izotopu neznámého radioaktivního prvku, víte-li, že po 180 dnech zbylo ve vzorku 25 000 atomů z původních 100 000 atomů.

$t = 180$ dní

$\tau = ?$

konečný stav = 25 000 atomů

-1 τ ... 50 000 atomů

-2 τ ... 100 000 atomů = výchozí stav

180 dní odpovídá dvojnásobku poločasu rozpadu => poločas rozpadu $\tau = 90$ dnů.